



Kotouttamisrahasto
Tukea kotoutumiseen

AGORA

OLARIN KOULU MATEMATIIKKA



Rita Järvinen ja Maija Gustafsson 2015

Euroopan Unionin Kotouttamisrahasto osallistuu hankkeen rahoittamiseen.

FUNKTIOMATERIAALI SISÄLTÄÄ

- säännönmukaisuuksia funktiokoneella tehtäväsarjan ohjeet
- monistepohjat tehtävistä 1, 2 ja 3
- funktiolinkkejä verkkosivustoilla ja iPad
- sanalista funktioista
- Popplet-käsitekortit

Johdanto

Olarin koulun AGORA-hankkeessa matematiikan funktiomateriaalia laativat ja kokeilivat Olarin koulun matematiikan lehtori ja Espoon Matikkamaan konsultoiva opettaja Rita Järvinen sekä Olarin koulun laaja-alainen erityisopettaja Maija Gustafsson. Valokuvat on ottanut Rita Järvinen.

Funktion opetus sijoittuu Olarin koulussa 9. luokan syksyn oppisisältöihin. Materiaali laadittiin 1. oppituntia varten. Tavoitteena oli havainnollistaa funktion käsitettä käyttäen apuna konkretisointivälineistöä. Erityistä huomiota kiinnitettiin käsitteen muodostamiseen käyttäen tarkkaan harkittuja sanamuotoja. Tehtäväsarja koostuu kolmesta mallintamistehtävästä, joiden tarkentavia toimintaohjeet on kirjattu sekä kielen tietoisuuden että matematiikan näkökulmasta. Lisäksi mukana on vinkkejä sähköisiin materiaaleihin sekä tietokoneella että iPadilla. Materiaalin lopussa on myöhemmin oppitunnilla toteutettu Olarin koulun käsiteviidakon matematiikan osuus. Lisätietoa Käsiteviidakosta on Olarin koulun AGORA-materiaalissa.

Säännönmukaisuuksia funktiokoneella tehtäväsarjan tehtäviä kokeiltiin syksyllä 2014 sekä joustavan opetuksen 15 oppilaan opetusryhmässä ja painotusluokan 21 oppilaan ryhmässä. Pienemmän ryhmän tunnin veti erityisopettaja ja suuremman ryhmän tunnin aineenopettaja yhdessä tehdyillä ohjeilla mahdollisimman samankaltaisesti.

Tehtäväsarjan käyttö osoittautui hyväksi tavaksi esitellä aihekokonaisuus oppilaille sen konkreettisuuden ja yksinkertaisuuden takia. Konkreettinen tehtävänasettelu toi opiskeluun toiminnallisuutta ja muutti oppilaiden asennetta vaikealta tuntuvaan asiaan. Tehtävän avulla funktioihin liittyvän riippuvuuden ymmärtäminen helpottui huomattavasti. Kurssin edessä abstraktimmalle tasolle, jossa tehtävät käsiteltiin x - ja y -käsitteiden avulla, konkreettiseen tehtävän asetteluun oli helppo palata. Oppilaat itse palasivat konkreettiseen tehtävän asetteluun oppimisprosessin aikana esimerkiksi kysymällä ”Onko toi x nyt ne oppilaat ja toi y ne palikat?”. Kurssin kertausvaiheessa myös oppikirjan tehtäviä konkretisoitiin vastaavalla tavalla.

Tehtävänsarjan käyttö tarjosi oppilaille konkreettiset mallit, joihin oppilaat saattoivat ankkuroida funktioon liittyvät käsitteet ja niiden väliset suhteet. Esimerkiksi tehtävässä 3 oppilaat näkivät konkreettisen mallin funktioon liittyvästä vakioista, jonka arvo ei muutu, vaikka x :n ja y :n arvot muuttuvat riippuvuuden mukaan. Lisäksi tehtäväsarjan konkreettisuus ja helppous laski matematiikkaan liittyvää pelkoa ja kielteistä asennetta. Oppilaat kysyivät ”Siis voiks tää olla näin helppoa?”. Asetelmasta oli huomattavan paljon lähteä opettamaan heikostikin matematiikassa pärjääviä oppilaita.

Lisätietoa matematiikan havainnollistamisesta, konkretisointivälineistä, matematiikan iPad ohjelmista sekä verkkovinkkejä löytyy Espoon Matikkamaa verkkosivustolta espoonmatikkamaa.fi.

SÄÄNNÖNMUKAISUUKSIA FUNKTIOKONEELLA

Välineet: esineitä (kuutioita, värinappeja, nalleja, nappeja,...) ja läpinäkyvä laatikko, johon esineet laitetaan. Valitse aluksi yksi esinetyyppi esim. kuutioita.



Kuva 1

Tehtävissä 1 ja 2 alussa laatikko on tyhjä. Tehtävässä 3 alussa laatikossa on kolme esinettä (kuva 1).

Oppilaille jaetaan tehtävänannon mukainen määrä esineitä. Jokaisella

oppilailla on kädessä sama määrä esineitä. Kuutioita käytettäessä kullakin oppilaalla voi olla aina sama väri.

Tehdään toiminta kussakin tilanteessa taulukon rakenteen mukaisesti. Jokainen toimintatilanne merkitään omalle rivilleen. Tilanteesta kertovalla rivillä on merkitty, kuinka monta oppilasta on mukana toiminnassa. Jos aloitettaisiin tyhjästä taulukosta (kuten myöhemmin xy-taulukon täyttämässä), ensimmäisen sarakkeen (oppilaiden lukumäärän) voisi valita oman mieltymyksen mukaisesti. Jotta säännönmukaisuutta 100. ja n . oppilaan tapauksissa olisi helpompi tutkia, valitaan yleensä aluksi pieniä peräkkäisiä lukumääriä.

Kukin oppilas laittaa esineet omasta kädestä astiaan. Kukin rivillä olevan toiminnan jälkeen astia tyhjennetään (tehtävät 1 ja 2) tai jätetään alussa ollut määrä kuutioita astiaan (tehtävä 3).

Tärkeitä kysymyksiä toiminnan alussa:

”Kuinka monta oppilasta on mukana ____ tilanteessa?”

järjestysluku

”Kuinka monta esinettä kullakin oppilaalla on kädessä?”

Tärkeitä kysymyksiä sen jälkeen kun esineet on laitettu astiaan:

”Kuinka monta esinettä astiassa on yhteensä?”

Kuvan 2 mukaisessa tilanteessa astia oli aluksi tyhjä (tehtävä 2). Kukin oppilas laittaa astiaan neljä esinettä. Viisi oppilaasta ($x = 5$) on laittanut astiaan yhteensä 20 esinettä ($y = 20$).



Kuva 2

Esineiden lukumäärä lasketaan

5 kertaa 4 on 20.

Taulukoiden täyttämiseen voi käyttää valmiita taulukkopohjia tai oppilaat voivat tehdä taulukon vihkoon itse.

Kokeilussa huomattiin, että tilanteen järjestysnumeron merkitseminen 1. sarakkeeseen johdatti oppilaat ajattelemaan, että järjestysnumero lukuna (ilman pistettä) kirjoitetaan aina x-sarakkeeseen (kuva 3). Kuitenkin tehtävässä 3 on 1. tilanteessa 0 oppilasta, jolloin laatikossa on kaikissa tilanteissa valmiina kolme esinettä. Tästä syystä tuo ensimmäinen sarake jätettiin pois.

Mikä tapahtuu? tilanne	oppilaita x	esineitä y
1. tilanne	1	1
2. tilanne	2	2
3. tilanne	3	3
4. tilanne	4	4
10. tilanne	10	10
100. tilanne	100	100

Kuva 3

Tutkitaan taulukkoa.

Piirrä nuoli → tutkittavan tilanteen luvusta x lukuun y.

*Merkitse laskut näkyviin. Huomaa, että on kiellettyä käyttää laskusääntöjä, jossa esineiden määrä lasketaan edellisessä tilanteessa olleesta esineiden määrästä. Tällöin pitäisi aina olla selvillä edellinen lukumäärä, kun oppilaita on ollut yksi vähemmän. Ei siis tutkita säännönmukaisuutta siirryttäessä taulukon riviltä seuraavalle riville vaan **laskutapaa tietyllä rivillä. $x \rightarrow y$***

*”Millä säännöllä esineiden lukumäärä **voidaan laskea oppilaiden lukumäärästä?**” **oppilaita → esineitä***

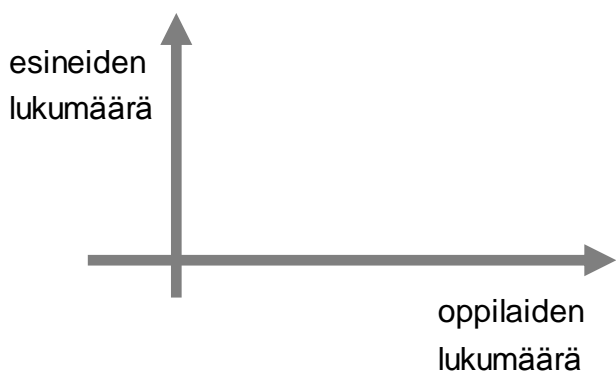
Esimerkkiin on helppo palata opetuksessa kurssin edetessä. Kuutioiden ja oppilaiden määrän väliseen riippuvuuteen voi viitata oppilaiden hämmentyessä pelkistä x , y tai $y = f(x)$ merkinnöistä.

Lisäksi opettaja voi halutessaan tehdä opetustilanteessa havainnekuva oppilaiden ja kuutioiden välisestä riippuvuudesta koordinaatistoon. Tämä ennakoi funktion kuvaajan piirtämistä pelkän yhtälön avulla. Myös koordinaatistoon liittyviä käsitteitä voi kerrata tässä yhteydessä. Taulukkoon voi lisätä kolmannen sarakkeen, jonka otsikko on piste.

Kuinka monta oppilasta yhteensä? x	Kuinka monta esinettä yhteensä? y	Piste koordinaatistossa (x, y)
0	3	(0, 3)
1	5	(1, 5)

x -akselilla merkitään kokonaislukuina (0, 1, 2, ...) oppilaiden lukumäärä ja y -akselille kokonaislukuina esineiden lukumäärä (kuva 4). Oppilaiden kanssa voidaan keskustella, miksi nämä arvot ovat ei-negatiivisia kokonaislukuja. Koska käsitellään vain kokonaislukuja, niin suoraa tai puolisuoraa ei voi piirtää.

Esimerkiksi pistemerkintä (5, 13) tarkoittaa, että kolme oppilasta on laittanut astiaan yhteensä 13 esinettä (kuva 5).

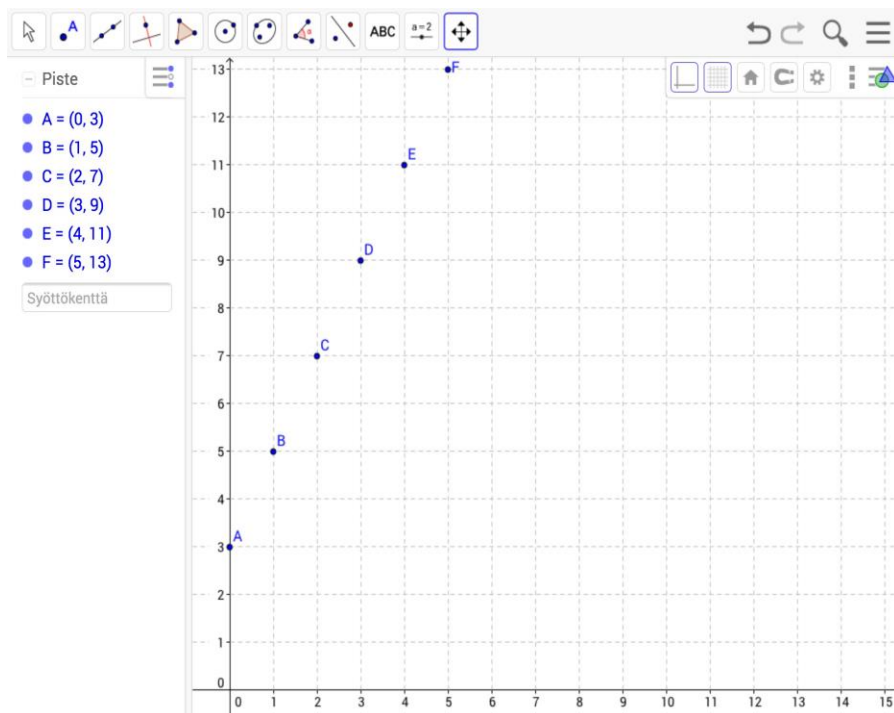


Kuva 4



Kuva 5

Pisteet voidaan piirtää koordinaatistoon myös GeoGebraa joko tietokoneella (geogebra.org) tai iPadilla GeoGebra-sovelmalla. Kirjoita pisteet yksi kerrallaan pistemerkintänä esim. (5, 13) syöttökenttään (kuva 6). Ohjelma nimeää pisteet automaattisesti. Suorien yhtälöitä tutkittaessa syöttökenttään voi kirjoittaa myös yhtälöitä esimerkiksi $y = 2x + 3$.



Kuva 6



ESPOO
ESBO

MONISTEPOHJA
AGORA, Olarin koulu

Tehtävä 1: Kullakin oppilaalla kädessään 1 esine.

Kuinka monta oppilasta yhteensä? x	Kuinka monta esinettä yhteensä? y



ESPOO
ESBO

MONISTEPOHJA
AGORA, Olarin koulu

Tehtävä 2: Kullakin oppilaalla kädessään neljä esinettä.

Kuinka monta oppilasta yhteensä? x	Kuinka monta esinettä yhteensä? y	Miten esineiden lukumäärä lasketaan?
		_____ = _____
		_____ = _____
		_____ = _____
		_____ = _____
		_____ = _____
		_____ = _____
		_____ = _____



ESPOO
ESBO

MONISTEPOHJA
AGORA, Olarin koulu

Tehtävä 3: Kullakin oppilaalla kädessään kaksi esinettä.

Laatikossa on kaikissa tilanteissa valmiina kolme esinettä.

Oppilaita x	Esineitä y
0	_____
	_____ = _____
	_____ = _____
	_____ = _____
	_____ = _____
	_____ = _____
	_____ = _____

Funktiolinkkejä verkkosivustoilla ja iPad

Funktiokoneiden toimintaan voi tutustua myös Function Machine iPad sovelman avulla.



Funktiokoneita ja funktiotehtäviä on verkkosivustoilla:

1) FUNKTIOKONEITA

http://teams.lacoe.edu/documentation/classrooms/amy/algebra/5-6/activities/functionmachine/functionmachine5_6.html

<http://www.mathplayground.com/functionmachine.html>

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_191_g_4_t_2.html?from=category_g_4_t_2.html

2) KIRJOITA LASKUSÄÄNTÖ TAULUKKON

<http://eu.ixl.com/math/grade-7/write-a-rule-for-a-function-table>

3) TÄYTÄ PUUTTUVAT ARVOT TAULUKKON

<http://www.openmatikka.com/funktiokone/>

<http://eu.ixl.com/math/grade-7/complete-a-function-table>

4) RAKENNA KERROSTALOJA

<http://teams.lacoe.edu/documentation/classrooms/amy/algebra/6-8/activities/build/build.html>

5) PISTEET KOORDINAATISTOSSA

<http://www.openmatikka.com/karpanen/>

6) SUORAN OMINAISUUKSIA

<http://www.openmatikka.com/mennaansuoraan/>

Sanalista funktioista

Olarin koulussa teemapäivänä 19.12.2014 toteutettiin Käsitemiidakko. Koulun käytävillä ja aulatiloiissa oli esillä mm. eri oppineisiin liittyviä käsitteitä, joista tehtiin näyttelymateriaalia työpajoissa. Matematiikan materiaali funktiosta tehtiin malliksi ennen työpajoja.

Matematiikan opettaja lähetti Wilman pikaviestit-toiminnolla 9. luokan oppilasryhmälle kaksi kysymystä ja pyysi vastaukseksi sanalistoja kahdesta eri kohdasta.

- KOHTA 1 ” Mitä sanoja ja käsitteitä funktiolaskuissa pitää tietää?”
- KOHTA 2 ”Mitä uutta sanastoa/tietoa olet kohdannut funktioita opiskeltaessa?”

Oppilaat saivat vastata kysymyksiin joko yksin tai pareittain. Tehtävä annettiin keskiviikkona ja vastaus piti lähettää viimeistään maanantaina. Seuraavalla oppitunnilla opettaja jakoi oppilaat ryhmiin. Ryhmissä tehtiin sanajonoja ennakkoon opettajalle lähetystä käsitesanoista. Sanajonoista tehtiin myöhemmin muovipäällysteiset pitkät liuskat, jotka olivat esillä teemapäivänä (kuva 7).

Esimerkkejä sanajonoista

1) funktio, riippuvuus, laskusääntö, funktiokone, funktion merkintä $y = f(x)$, y on x :n funktio

2) xy -koordinaatisto, x -akseli, leikkaa, y -akseli, origo

3) taulukko, rivi, sarake, muuttujan arvo, funktion arvo, piste, viiva

4) koordinaatisto, koordinaatti, muuttujan arvo, $f(x) = y =$ funktion arvo, piste, lukupari, suora, kuvaaja, yhtälön määrittäminen kuvaajasta, yhtälö



Kuva 7

Alla on sanalistat, jotka on koottu yhteen 3.11.2014 oppilaiden lähettämistä Wilma-pikaviestiin vastauksista. Vastauksissa oli 8-26 sanaa.

KOHTA 1

”Mitä käsitteitä tarvitaan funktion oppimiseen?”

”Mitä sanoja ja käsitteitä funktiolaskuissa pitää tietää?”

TAULUKKO

RIVI

SARAKE

RIIPPUVUUS

FUNKTIO

funktio = riippuvuus, joku tietty laskusääntö

FUNKTION MERKINTÄ

Mitä koko $y = f(x)$ merkintä tarkoittaa?

MUUTTUJA

x on muuttuja

FUNKTION ARVO

y on funktion arvo

MUUTTUJAN ARVO

POTENSSI

KUVAAJA

LAUSEKE

ARVO

ARVON SIJOITTAMINEN

REAALILUKU

YHTÄSUURUUS

POLYNOMI

ASTELUKU

1. ASTEEN FUNKTIO

YHTÄLÖ
KERROIN
VAKIO
PARAMETRI
VAKIOTERMI
KOORDINAATTI
KOORDINAATISTO
AKSELI
x-AKSELI
y-AKSELI
ORIGO

YHTÄLÖ
PISTE
VIIVA
SUORA
KÄYRÄ
LEIKKAA
YHDENSUUNTAISUUS
SAMANSUUNTAINEN
POSITIIVISUUS
NEGATIIVISUUS
ITSEISARVO

KOHTA 2

”Mitä uutta sanastoa/tietoa olet kohdannut funktioita opiskeltaessa?”

”Mitkä ovat funktion liittyviä uusia opittavia käsitteitä?”

FUNKTIO
MUUTTUJA
x on muuttuja
 $y = f(x)$
y on x:n funktio

$f(x) = y =$ funktion arvo

FUNKTION ARVO

y on funktion arvo

FUNKTIOKONE

LUKUPARI

KUVAAJA

FUNKTION KUVAAJA

KULMAKERROIN

k

VAKIO

b

SUORAN YHTÄLÖ

$y = kx + b$

NOUSEVA SUORA

LASKEVA SUORA

SUORAN JYRKKYYS

VAKIOTERMI (FUNKTIOSSA)

YHTÄLÖN MÄÄRITTÄMINEN KUVAAJASTA

AKSELIEN SUUNTAISET SUORAT

KUVAAJAN LUKEMINEN

NOLLA KOHTA

FUNKTION MÄÄRITTELYJOUKKO

FUNKTION ARVOJOUKKO

FUNKTION ASTELUKU

PARAABELI

Popplet-käsitekortit

Alla olevat käsitekortit (kuva 8) Rita Järvinen on tehnyt iPadin Popplet-sovelmalla, jolla myös helposti linkittää käsitekartoissa käsitteitä toisiinsa.



Kuva 8

Lisätietoa



espoonmatikkamaa.fi

Espoon koulujen matematiikan konsultointi, yhteydenotot sähköpostitse rita.e.jarvinen@espoo.fi



Kotouttamisrahasto
Tukea kotoutumiseen

Euroopan Unionin Kotouttamisrahasto osallistuu hankkeen rahoittamiseen.